8 – 9 классы, базовый вариант

1. В турнире участвуют 100 борцов, все разной силы. Более сильный всегда побеждает более слабого. Борцы разбились на пары и провели поединки. Затем разбились на пары по-другому и снова провели поединки. Призы получили те, кто выиграл оба поединка. Каково наименьшее возможное количество призёров?

2. Найдется ли десятизначное число, записанное десятью различными цифрами, такое, что после вычеркивания из него любых шести цифр получится составное четырехзначное число?

3. Наибольший общий делитель натуральных чисел a, b будем обозначать (a, b). Пусть натуральное число n таково, что

$(n, n + 1) < (n, n + 2) < \ldots < (n, n + 35)$.

Докажите, что $(n, n + 35) < (n, n + 36)$.

4. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки K и L так, что AK = CL и

$\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$.

Докажите, что KL = BC.

5. На шахматной доске стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Докажите, что можно каждую из них передвинуть ходом коня так, что они по-прежнему не будут бить друг друга. (Все восемь ладей передвигаются .одновременно., то есть если, например, две ладьи бьют друг друга ходом коня, то их можно поменять местами.)